1–M A ’ R U Z A .

Kompleks sonlar. Kompleks sonllar ustida amallar.
Muavr va Eyler formulalari

R E J A

1. Kompleks sonlar. Asosiy ta'rif va tushunchalar.
2. Kompleks sonning geometrik ta'sviri va trigonometrik shakli.
3. Kompleks sonllar ustida arifmetil amallar.
4. Kompleks sonni darajaga ko‘tarish va ildizdan chiqarish.
5. Ko‘rsatkichi kompleks bo‘lgan ko‘rsatkichli funksiya. Eyler formulasi, uning qo‘llanishi.

Tayanch iboralar:

Kompleks son, haqiqiy son, mavhum birlik, sof mavhum son, qo‘shma kompleks sonlar, qarama-qarshi kompleks son, kompleks tekislik, qutb koordinatalar, geometrik tasvir, qutb burchagi, sonning argumenti, qutb sistemasi, bosh qiymat, algebraik shakl, trigonometrik shakil, teskari amal, modul, argument, bo‘linuvchi, bo‘luvchi.

Muavr formulasi, natural daraja, modul, argument, daraja ko‘rsatkich, teskari amal, ***n*** darajali ildiz, ildiz osti, arifmetik ildiz,ko‘rsatkichi kompleks, Eyler formulasi, kompleks o‘zgaruvchi.

1. Kompleks sonlar. Asosiy ta'rif va tushunchalar.

1-ta’rif. z kompleks son deb $z = x + iy$ ko‘rinishdagi ifodaga aytiladi, bunda x va y - haqiqiy sonlar i esa

$$i = \sqrt{-1} \quad \text{yoki} \quad i^2 = -1 \qquad (1)$$

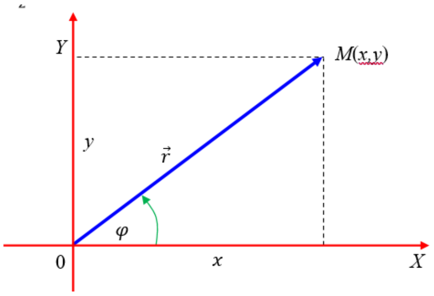
tenglik bilan aniqlanuvchi mavhum birlik deb ataluvchi birlik.

x va y ni z kompleks sonning haqiqiy va mavhum qismlari deyiladi va bunday belgilanadi:

$$Rez = x\,, \quad Imz = y$$

Xususiy holda, agar $x = 0$ bo‘lsa, u holda $z = 0 + iy = iy$ sonni sof mavhum son, agar $y = 0$ bo‘lsa, u holda $z = x + i \cdot 0 = x$, ya’ni haqiqiy son hosil bo‘ladi. Shunday qilib, haqiqiy va mavhum sonlar z kompleks sonning xususiy holidir.

2 - **ta’rif.** Agar ikkita $z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$ kompleks sonlarning haqiqiy qismi alohida, mavhum qismi alohida teng bo‘lsa, bu kompleks sonlar teng, ya’ni $z_1 = z_2$ bo‘ladi, boshqacha aytganda $Rez_1 = Rez_2$ va $Imz_1 = Imz_2$ bo‘lsa, $z_1 = z_2$ hisoblanadi.



1-chizma.

3-ta’rif. $z = x + iy$ kompleks sonning haqiqiy va mavhum qismi nolga teng bo‘lsagina, u nolga teng bo‘ladi, ya’ni agar $x = 0$ va $y = 0$ bo‘lsagina, $z = 0$ va aksincha.

4- ta’rif. Mavhum qismlari bilan farq qiluvchi ikkita

$$z = x + iy \quad \text{va} \quad \bar{z} = x - iy \tag{2}$$

kompleks son qo‘shma kompleks sonlar deyiladi.

5- ta’rif. Haqiqiy va mavhum qismlarning ishoralari bilan farq qiluvchi ikkita

$$z_1 = x + iy \quad \text{va} \quad z_2 = -x - iy \tag{3}$$

kompleks son qarama-qarshi kompleks sonlar deyiladi.

2. Kompleks sonning geometrik ta’sviri va trigonometrik shakli

Har qanday $z = x + iy$ kompleks sonni Oxy tekislikda x va y koordinatali $A(x, y)$ nuqta shaklida tasvirlash mumkin va, aksincha, tekislikning har bir nuqtasiga kompleks son mos keladi.

Kompleks sonlar tasvirlanadigan tekislik z kompleks o‘zgaruvchining tekisligi deyiladi.

Kompleks tekislikda z sonni tasvirlovchi nuqtani z nuqta deb ataymiz (1-chizma). Ox o‘qda yotuvchi nuqtalarga haqiqiy sonlar mos keladi (bunda y=0), Oy o‘qda yotuvchi nuqtalar sof mavhum sonlarni tasvirlaydi (bu holda x=0). Shu sababli Ox o‘q haqiqiy o‘q. Oy o‘q mavhum o‘q deyiladi. $A(x,y)$ nuqtani koordinatalar boshi bilan birlashtirib $\overrightarrow{OA}$ vektorni hosil qilamiz, bu ham $z = x + iy$ kompleks sonning geometrik tasviri deyiladi.

Koordinatalar boshini qutb deb, Ox o‘qning musbat yo‘nalishini qutb o‘qi deb kompleks tekislikda koordinatalarning qutb sistemasini kiritamiz. φ va r larni $A(x, y)$ nuqtaning qutb koordinatalari deymiz.

A nuqtaning qutb radiusi r, ya’ni A nuqtadan qutbgacha bo‘lgan masofa z kompleks sonning moduli deyiladi va $|z|$ kabi belgilanadi.

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{4}$$

ekani ravshan.

A nuqtaning qutb burchagi φ ni z kompleks sonning argumenti deyiladi va $Argz$ kabi belgilanadi. Argument bir qiymatli aniqlanmay, balki $2\pi k$ qo‘shiluvchi qadar aniqlikda aniqlanadi, bunda k –butun son. Argumentning hamma qiymatlari orasidan $0 \le \varphi < 2\pi$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi bittasini tanlaymiz. Bu qiymat bosh qiymat deyiladi va bunday belgilanadi:

$$\varphi = argz \tag{5}$$

Ushbu

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\varphi, \\ y = r \cdot \sin\varphi \end{cases} \tag{6}$$

tengliklarni hisobga olib, z kompleks sonni bunday ifodalash mumkin:

$$z = x + i \cdot y = r \cdot (\cos\varphi + i \sin\varphi), \tag{7}$$

bunda $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ va $-\pi < \arg z \le \pi$ u holda $tg\varphi = \frac{y}{x}$ formuladan

$$\varphi = argz = \begin{cases} arctg\frac{y}{x}, & I\ va\ IV\ chorak\ , \\ \pi + arctg\frac{y}{x}\quad , & II\ chorak\quad , \\ arctg\frac{y}{x} - \pi & III\ chorak\ . \end{cases} \tag{8}$$

Yozuvning (7) shakli kompleks sonning trigonometrik shakli deyiladi. $z = x + iy$ ko‘rinishdagi yozuv kompleks sonning algebraik shakli deyiladi.

1- Misol. Quyidagi $z = \sqrt{3} - i$ sonni trigonometrik shakilda ifodalang:

$$x = \sqrt{3},\ \ y = -1,\ \ r = \sqrt{3+1} = 2,$$
$$tg\varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}},\ \ \varphi = 2\pi - arctg\frac{1}{\sqrt{3}} = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11}{6}\pi$$

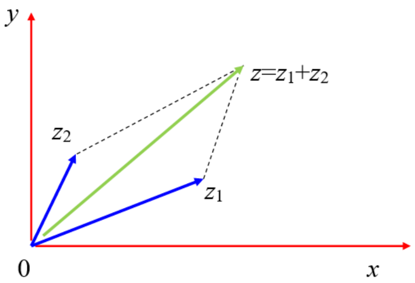
Shunday qilib, $$z = 2\cdot\left(\cos\frac{11}{6}\pi + i\cdot\sin\frac{11}{6}\pi\right).$$

3. Kompleks sonllar ustida arifmetil amallar.

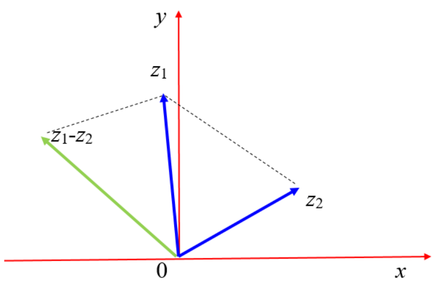
Kompleks sonlar algebraik shaklda berilgan bo‘lsin, ya’ni $z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$. Bu kompleks sonlarning yig‘indisi deb,

$$z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$$

tenglik bilan aniqlanuvchi kompleks songa aytiladi. Bu formuladan vektorlar bilan ifodalangan kompleks sonlarni qo‘shish vektorlarni qo‘shish qoidasi bo‘yicha bajarilishi kelib chiqadi (2-chizma). Demak, algebraik shaklda berilgan kompleks sonlarni qo‘shish uchun haqiqiy qismi haqiqiy qismiga, mavhum qismi mavhum qismiga qo‘shilar ekan.



2-chizma.



3-chizma.

Ikkita $z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$ kompleks sonning ayirmasi deb, shunday songa aytiladiki, u z_2 ga qo‘shilganda yig‘indida z_1 kompleks son hosil bo‘ladi (3-chizma). Demak, algebraik shaklda berilgan kompleks sonlarni ayirish uchun haqiqiy qismi haqiqiy qismidan, mavhum qismi mavhum qismidan ayrilar ekan.

$$z_1 - z_2 = (x_1 + iy_1) - (x_2 + iy_2) = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$$

Shuni ta’kidlab o‘tamizki, ikki kompleks son ayirmasining moduli kompleks tekislikda shu sonlarni ifodalovchi nuqtalar orasidagi masofaga teng:

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2-misol. $z_1 = 2 + i$ va $z_2 = 2 - 3i$ kompleks sonlarning yig‘indisi va ayirmasini toping.

$$z_1 + z_2 = (2 + i) + (2 - 3i) = (2 + 2) + i(1 - 3) = 4 - 2i$$
$$z_1 - z_2 = (2 + i) - (2 - 3i) = (2 - 2) + i(1 + 3) = 4i.$$

$z_1 = x_1 + iy_1$ va $z_2 = x_2 + iy_2$ kompleks sonning ko‘paytmasi deb, bu sonlarni ikkihad sifatida algebra qoidalari bo‘yicha ko‘paytirish va $i^2 = -1$ ekanini hisobga olish natijasida hosil bo‘ladigan kompleks songa aytiladi.

z_1 va z_2 kompleks sonlar trigonometrik shaklda berilgan bo‘lsin:

$$z_1 = r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) \quad \text{va} \quad z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$

Shu sonlarning ko‘paytmasini hisoblaymiz:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) \cdot r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) =$$

$= r_1 \cdot r_2[(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + i \cdot (\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2)] =$

$$= r_1 \cdot r_2\left[(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right].$$

Shunday qilib,

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\left[(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right]$$

ya’ni ikkita kompleks son ko‘paytirilganda ularning modullari ko‘paytiriladi, argumentlari esa qo‘shiladi.

3***-misol.*** $z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = 2 + 2\sqrt{3}i$ kompleks sonlarni algebraik shakilda va trigonometrik shakillarda ko‘paytiring.

1) $z_1 \cdot z_2 = \left[\left(\sqrt{3} - i\right) \cdot \left(2 + 2\sqrt{3}i\right)\right] = 2 \cdot \sqrt{3} - 2i + \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}i - 2\sqrt{3}i^2 =$

$$= 2\sqrt{3} - 2i + 6i + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 4i$$

2) $z_1 = \sqrt{3} - i = 2 \cdot (\cos\frac{11}{6}\pi + i\sin\frac{11}{6}\pi)$, $\quad z_2 = 2 + 2\sqrt{3}i = 4 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$,

$$z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot \left(\cos \frac{11}{6}\pi + i \cdot \sin \frac{11}{6}\pi \right) \cdot 4 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$= 8 \cdot \left(\left(\cos(\frac{11}{6}\pi + \frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{11}{6}\pi + \pi\frac{\pi}{3}) \right) \right) = 8 \cdot \left(\cos \frac{13}{6}\pi + i\sin \frac{13}{6}\pi \right) =$$

$$= 8 \cdot \left(\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6} \right) + i \cdot \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6} \right) \right) = 8 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{6} + i\sin \frac{\pi}{6} \right) = 8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2} \right) = 4\sqrt{3} + 4i.$$

Kompleks sonlarni bo‘lish amali ko‘paytirishga teskari amal sifatida aniqlanadi.

Agar $z \cdot z_2 = z_1$ bo‘lsa, z soni $z_1 = x_1 + i \cdot y_1$ ning $z_2 = x_2 + i \cdot y_2$ kompleks soniga bo‘linmasi (ya’ni $z = \frac{z_1}{z_2}$) deyladi.

$z_1 = z \cdot z_2$ tenglikning ikkala qismini $\overline{z_2} = x_2 - iy_2$ ga ko‘paytiramiz, ushbuga ega bo‘lamiz:

$$z_1 \cdot \overline{z_2} = z(z_2 \cdot \overline{z_2}), \text{ bundan: } z = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \cdot \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}.$$

Bundan ushbu qoida chiqadi: z_1 ni z_2 ga bo‘lish uchun bo‘linuvchi va bo‘luvchini bo‘luvchiga qo‘shma bo‘lgan kompleks songa ko‘paytirish kerak.

Agar kompleks sonlar $z_1 = r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ va $z_2 = r_2 \cdot (\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ trigonometrik shaklda berilgan bo‘lsa, u holda

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)}{r_2 \cdot (\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)} = \frac{r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)(\cos\varphi_2 - i\sin\varphi_2)}{r_2 \cdot (\cos^2\varphi_2 + i\sin^2\varphi_2)} =$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \cdot \left[(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + i(\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 - \cos\varphi_1 \sin\varphi_2) \right] =$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \cdot \left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \right].$$

Shunday qilib,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \right],$$

ya’ni kompleks sonlarni bo‘lishda bo‘linuvchining moduli bo‘luvchining moduliga bo‘linadi, argumentlari esa ayriladi.

4-misol. $z_1 = 1 - i$ ni $z_2 = -2 - 2i$ ga algebraik shakilda bo‘ling.

Yechish. 1) $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1-i}{-2-2i}=\frac{(1-i)\cdot(-2+2i)}{(-2-2i)\cdot(-2+2i)}=\frac{(-2+2)+i\cdot(2+2)}{4+4}=\frac{4i}{8}=\frac{1}{2}i.$

4. Kompleks sonni darajaga ko‘tarish va ildizdan chiqarish

Ko‘paytirish qoidasidan darajaga ko‘tarish qoidasi kelib chiqali.

$$z=r\cdot(\cos\varphi+i\cdot\sin\varphi)$$

uchun natural $\boldsymbol{n}$ da

$$z^n=r^n\cdot(\cos n\varphi+i\cdot\sin n\varphi)$$

ekani kelib chiqadi. Bu formula Muavr formulasi deyiladi. Bu formula kompleks sonni natural darajaga ko‘tarishda modul shu darajaga ko‘tarilishi, argument esa daraja ko‘rsatkichiga ko‘paytirilishi kerakligini ko‘rsatadi.

5-misol. Mavhum birlik $\boldsymbol{i}$ ning natural darajasi uchun formula toping.

Yechish.

$i^1=i\,,\quad i^2=-1\,,\quad i^3=i\cdot i^2=-i\,,\quad i^4=i^2\cdot i^2=1\,,\quad i^5=i\cdot i^4=i\,,$
$i^6=i\cdot i^5=i^2=-1\,,\quad i^7=i\cdot i^6=-i\,,\quad i^8=i^7\cdot i=-i^2=1.$

Umuman,

$$i^{4k}=1\,,\qquad i^{4k+1}=i\,,\qquad i^{4k+2}=-1\,,\qquad i^{4k+3}=-i$$

6-misol. $(1+i)^{10}$ ni hisoblang.

Yechish.

$$r=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\,,\qquad \varphi=arctg\frac{1}{1}=arctg1=\frac{\pi}{4}.$$

$$z=1+i=\sqrt{2}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z^{10}=(1+i)^{10}=\left(\sqrt{2}\right)^{10}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{10}=2^5\cdot\left(\cos\frac{10\pi}{4}+i\sin\frac{10\pi}{4}\right)=32\cdot(0+i)=32i$$

Bu amal darajaga ko‘tarish amaliga teskari amaldir. Kompleks sonning n darajali ildizi $\sqrt[n]{z}$ deb shunday W songa aytiladiki, bu sonning $\boldsymbol{n}$ darajasi ildiz ostidagi songa tengdir, ya’ni agar $W = \sqrt[n]{z}$ bo‘lsa, $W^n = z$.

Agar $z = r \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$ va $W = \rho \cdot (cos\theta + i\sin\theta)$ bo‘lsa, u holda: $\sqrt[n]{r \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \rho \cdot (\tilde{n}os\theta + i\sin\theta)$. Muavr formulasiga binoan:

$$r \cdot (\cos\phi + i\sin\phi) = \rho^n \cdot (cosn\theta + i\sin n\theta).$$

Bundan $\rho^n = r$, $n\theta = \varphi + 2\pi k$. ρ va θ nitopamiz:

$$\rho = \sqrt[n]{r}, \quad \theta = \frac{\varphi + 2k\pi}{n}$$

Bunda k – istalgan butun son, $\sqrt[n]{r}$ -arifmetik ildiz. Demak,

$$\sqrt[n]{r \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)} = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cdot \sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right).$$

k ga $1,2,3,\dots,n-1$ qiymatlar berib, ildizning $\boldsymbol{n}$ ta har xil qiymatiga ega bo‘lamiz, bu qiymatlarning modullari bir xil. $k > n-1$ daildizning topilgan qiymatlari bilan bir xil bo‘lgan qiymatlar hosil bo‘ladi. $\boldsymbol{n}$ ta ildizning hammasi markazi koordinatalar boshida bo‘lib, radiusi $\sqrt[n]{r}$ ga teng aylana ichiga chizilgan muntazam n tomonli ko‘pburchak uchlarida yotadi.

5.Ko‘rsatkichi kompleks bo‘lgan ko‘rsatkichli funktsiya. Eyler formulasi, uning qo‘llanishi.

Ta’rif. Agar kompleks o‘zgaruvchi z ning biror kompleks qiymatlar sohasidagi har bir qiymatga boshqa W kompleks miqdorning aniq qiymati mos kelsa, u holda W kompleks o‘zgaruvchi z ning funksiyasi deyiladi va $W = f(z)$ yoki $W = W(z)$ kabi belgilanadi.

Biz kompleks o‘zgaruvchining bitta funktsiyasini-ko‘rsatkichli funksiyani qaraymiz:

$$W = e^z \quad \text{yoki} \quad W = e^{x+iy},$$

bu funksiya bunday aniqlanadi:

$$e^{x+iy} = e^x \cdot (\cos y + i \cdot \sin y).$$

Agar bu formulada $x = 0$ desak, u holda

$$e^{iy} = \cos y + i \cdot \sin y.$$

Bu formula mavhum ko‘rsatkichli darajali funktsiyani trigonometrik funktsiyalar orqali ifodalovchi Eyler formulasidir.

Kompleks sonni trigonometrik shaklda ifodalaymiz:

$$z = r \cdot (\cos y + i \sin y).$$

Eyler formulasi bo‘yicha:

$$\cos y + i \cdot \sin y = e^{i\phi}.$$

Shunday qilib, har qanday kompleks sonni ko‘rsatkichli shaklda ifodalash mumkin:

$$z = r \cdot e^{i\phi}.$$

7-Misol. $1, i, 1+i, -i$ sonlarni ko‘rsatkichli shaklda ifodalang.

Yechish. 1) Agar $z_1 = 1$ bo‘lsa, $r = 1,\ \varphi = 2\pi k$ bo‘ladi, shu sababli

$$1 = \cos 2\pi k + i \sin 2\pi k = e^{2\pi k i}.$$

2) $z_2 = i,\ r = 1,\ \varphi = \dfrac{\pi}{2},$ shu sababli:

$$i = \cos\frac{\pi}{2} + i \cdot \sin\frac{\pi}{2} = e^{\frac{\pi \cdot i}{2}}$$

3) $z_3 = 1 + i,\ r = \sqrt{2},\ \varphi = \dfrac{\pi}{4},$ shu sababli:

$$1 + i = \sqrt{2} \cdot (\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}i}.$$

Ko‘paytirish, bo‘lish, darajaga ko‘tarish va ildiz chiqarish amallari ko‘rsatkichli shaklda oson bajariladi.

$z_1 = r_1 \cdot e^{i\varphi_1},\ z_2 = r_2 \cdot e^{i\varphi 2}$ bo‘lsin. U holda:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot e^{i\phi_1} \cdot r_2 \cdot e^{i\phi 2} = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i \cdot (\phi_1 + \phi_2)},\ z^n = r^n \cdot e^{i\phi n}.$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \cdot e^{i\phi_1}}{r_2 \cdot e^{i\phi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i \cdot \phi_1 + \phi_2)},\ \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{re^{i\phi}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{\frac{\phi + 2\pi k}{n} i}.$$

Bu formulalar shu amallarning o‘zi uchun trigonometrik shaklda chiqarilgan formulalar bilan bir xil.

O‘z-o‘zini tekshirish savollari.

1. Kompleks son deb nimaga aytiladi?
2. Qanday kompleks sonlar teng, qarama-qarshi, qo‘shma kompleks sonlar deyiladi?
3. Kompleks sonning algebraik va trigonometrik shakli orasidagi bog‘lanish qanday?
4. Kompleks sonlarni qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish va bo‘lish qoidalari qanday?
5. Trigonometrik shakldagi kompleks sonlarni ko‘paytirish va bo‘lish formulalari.
6. Trigonometrik shakldagi kompleks sonlarni darajaga ko‘tarishning Muavr formulasi.
7. Eyler formulasi. Kompleks sonning ko‘rsatkichli shakli.
8. Trigonometrik shakldagi kompleks sonlarni darajaga ko‘tarishning Muavr formulasi.
9. Kompleks sondan ildiz chikarish formulasini ayting.
10. Kompleks sonning ko‘rsatkichli shakli.
11. Eyler formulasi bayon qiling.